

551(07)  
и-20

А. Н. ИВАНОВ  
Т. А. НЕГОВСКАЯ

X

ГИДРОЛОГИЯ  
И РЕГУЛИРОВАНИЕ  
СТОКА



551(07)  
и-20

А. Н. ИВАНОВ  
Т. А. НЕГОВСКАЯ

X

ГИДРОЛОГИЯ  
И РЕГУЛИРОВАНИЕ  
СТОКА



551(07)  
и-20

УЧЕБНИКИ И УЧЕБНЫЕ ПОСОБИЯ ДЛЯ ВЫСШИХ  
СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

А. Н. ИВАНОВ, Т. А. НЕГОВСКАЯ

ГИДРОЛОГИЯ  
И РЕГУЛИРОВАНИЕ  
СТОКА

Допущено Главным управлением  
высшего и среднего сельскохозяй-  
ственного образования Министерства  
сельского хозяйства СССР в каче-  
стве учебного пособия для гидроме-  
дицинских институтов и факуль-  
тетов

289591



ИЗДАТЕЛЬСТВО «КОЛОС»  
Москва — 1970

## ЧАСТЬ I. ГИДРОЛОГИЯ

## ВВЕДЕНИЕ

*От издательства*

Книга написана по программе, утвержденной Главным управлением высшего и среднего сельскохозяйственного образования МСХ СССР, и является учебным пособием для студентов гидромелиоративных вузов и факультетов. Она может быть рекомендована и специалистам проектных и эксплуатационных водохозяйственных организаций.

Книга состоит из двух частей: «Гидрология» и «Регулирование стока».

Первая часть написана кандидатом технических наук Т. А. Неговской, вторая — кандидатом технических наук А. Н. Ивановым.

Отзывы о книге и пожелания просим направлять по адресу: Москва, К-31, ул. Дзержинского, 1/19, издательство «Колос».

Описано

4-3-5  
300-70

Фундаментальная  
БИБЛИОТЕКА  
ТашСХИ

**1. Предмет гидрологии.** Наука, изучающая закономерности распределения и движения вод земного шара, количественные и качественные изменения их в результате взаимодействия вод с окружающей средой (поверхностью земли и воздушной оболочкой), называется гидрологией. Иначе можно сказать, что это наука о режиме вод земного шара.

Гидрология является отраслью геофизики — общей науки о физических процессах, происходящих в различных слоях нашей планеты: гидросфере, твердой и газообразной оболочке земного шара. Поскольку гидросфера представляет собой отдельные объекты, имеющие географические границы, гидрология относится также к циклу географических наук.

В соответствии с разделением поверхностных вод земного шара на две группы гидрология подразделяется на: океанологию (гидрологию морей и океанов) и гидрологию вод суши.

Последняя разрослась в обширную науку и включает потамологию (науку о реках), лимнологию (озероведение), тельматологию (болотоведение), гляциологию (науку о ледниках).

Гидрология, как и любая другая отрасль естествознания, в своих исследованиях использует методы описания, измерения, анализа и обобщения. Исходя из методов изучения вод, гидрология делится на:

гидрографию, дающую общее описание водных объектов (географическое положение, размер, режим, местные условия);

гидрометрию, изучающую методы определения различных характеристик водных объектов (скоростей течения, уровней воды, расходов воды и наносов и т. д.);

общую гидрологию, изучающую физическую сущность и закономерности гидрологических явлений;

инженерную гидрологию, разрабатывающую методы гидрологических расчетов и прогнозов.

**2. Значение гидрологии в решении водохозяйственных проблем.** Гидрология имеет тесную связь с метеорологией, геоморфологией, почвоведением, геологией и другими науками, изучающими атмосферу и гидросферу земного шара. Например, общий интерес для гидрологии,

геоморфологии и почвоведения представляют происходящие на земной поверхности процессы размыва (эрозии) и отложения (аккумуляции) наносов. Гидрология связана с гидравликой: речная гидравлика является составной частью как гидрологии, так и гидравлики. Но особенно близка гидрология к гидротехнике и мелиорации.

Велика роль гидрологии в решении водохозяйственных проблем. Наиболее важные вопросы, которые решает современная гидрология, это: 1) оценка водных запасов в связи с требованиями проектов использования водных ресурсов; 2) установление расчетных величин расходов воды (максимальных, минимальных и др.) при проектировании сооружений; 3) расчет испарения с проектируемых водохранилищ и с поверхности речных бассейнов; 4) исследование вопросов формирования русел рек; 5) характеристика температурного и ледового режимов рек и озер; 6) прогнозы основных элементов гидрологического режима (уровней, расходов, вскрытия и замерзания); 7) учет влияний, оказываемых сооружением на водный поток, для определения вероятных условий, в которых будет работать сооружение.

В нашей стране ведется грандиозное гидротехническое строительство. Решение всех проблем, связанных с использованием водных ресурсов, начинается с гидрологического изучения водных объектов.

Проектированию гидроэлектростанций, водохранилищ или других гидротехнических сооружений всегда предшествуют гидрологические расчеты, в результате которых определяются годовые, месячные или сезонные, максимальные и минимальные расходы воды и т. д. Гидрологический расчет — одна из основных частей каждого водохозяйственного проекта.

**3. Краткие исторические сведения.** Гидрология как самостоятельная наука сформировалась лишь в конце прошлого столетия. Однако исследование вод началось очень давно. Водные объекты с древних времен играли большую роль в жизни народов. На берегах крупных рек строились города, по рекам проходили торговые пути.

Наиболее древние гидрометрические наблюдения (за уровнями р. Нила) обнаружены в Египте около 4000 лет назад.

На территории СССР начало водомерных наблюдений относится к первому тысячелетию до нашей эры. В это время на рр. Зеравшане, Амударье и Мургабе были установлены различные приспособления для распределения воды на оросительных системах.

В России водомерные наблюдения также имеют большую давность. В записях русских летописцев XV и XVI вв. отмечались такие явления, как вскрытие рек и их замерзание, наводнения и паводки, описание некоторых путей сообщения.

В середине XVII в. в Москве велись ежедневные наблюдения за состоянием погоды и уровнем воды на р. Москве. Изучением рек в те времена у нас занимались землепроходцы, которые обследовали многие реки Сибири; в России стали появляться гидроэнергетические установки, особенно на Урале в связи с развитием горнозаводского дела.

Инженерные исследования рек, озер и водоемов начались со времени Петра I. Развитие промышленности, расширение торговли, по-

требность в обороне страны вызвали необходимость улучшения водных путей сообщения.

В 1703—1709 гг. были проведены изыскания и построена Вышневолоцкая система, соединяющая Волгу с Балтийским морем. Первые изыскания будущего Мариинского водного пути (теперь Волго-Балтийский), построенного в 1719—1731 гг., и строительство Ладожских каналов были проведены при личном участии Петра I. При нем впервые в России был измерен расход воды Волги у Камышина (1700 г.), а на р. Неве у Петропавловской крепости установлен первый водомерный пост (1715 г.). Несколько позднее водомерные наблюдения велись на Ладожском и Валдайских озерах, на уральских прудах. Было начато строительство соединительного водного пути между Волгой и Доном, но не там, где он теперь построен, а в верховьях Дона.

Большую работу по изучению рек производила Академия наук, созданная в 1724 г. В 1760 г. в географическом департаменте академии М. В. Ломоносов организовал исследования вскрытия и замерзания рек, весенних половодий.

В 1767 г. начало оформляться Главное управление водяных коммуникаций, основными задачами которого были исследования рек с целью судоходства.

В первой половине XIX в. улучшается аппаратура гидрометрических измерений, получает развитие техника звукового измерения глубин. Вторая половина XIX в. характеризуется широкими гидрологическими исследованиями.

Планомерное изучение русских рек и озер относится к 1874 г., когда при Министерстве путей сообщения была создана навигационно-описная комиссия (НОК). Эта комиссия действовала в течение 20 лет; ее работы имеют большое значение как в изучении гидрографии нашей страны, так и в развитии методов гидрометрии. В то время описные партии организовали около 500 водомерных постов, а на ряде рек вели измерение скоростей течения и определение расходов воды.

Одновременно с изучением рек для целей судоходства с 1873 г. развивались исследования рек, озер и болот в целях использования их для сельскохозяйственных мелиораций (орошения и осушения). Были организованы научные экспедиции по различным вопросам гидрологии: по осушению болот Полесья (1873—1898 гг.), экспедиция И. И. Жилинского по орошению на юге России (1880—1891 гг.), экспедиция А. А. Тилло по исследованию источников главнейших рек европейской России (1894—1903 гг.) и др. Крупнейший русский климатолог и географ А. И. Воейков в работе «Климаты земного шара и в особенностях России», вышедшей в 1884 г., впервые сформулировал положение, что реки — это продукт климата, и дал климатическую классификацию рек.

В конце XIX в. большое развитие получили исследования, связанные с изучением механизма речного потока, движения наносов и формирования речного русла. В 1897 г. появилась работа крупного гидротехника-практика и пытливого ученого В. М. Лохтина «Механизм речного русла», которая дает право считать Лохтина основоположником гидрологии речного русла.

В начале XX в. проведены исследования по различным вопросам гидрологии: появились работы Э. М. Ольдекопа по испарению с поверхности речных бассейнов (1911 г.), Н. Е. Жуковского о движении воды на повороте реки (1914 г.) и о заилиении (1915 г.), Н. Е. Долгова по теории стока ливневых вод (1916 г.) и др.

Все эти труды не потеряли своего значения и до настоящего времени. Однако бурное развитие гидрологических исследований и гидрологии как единой науки начинается в нашей стране только после Великой Октябрьской революции. Социалистическая система хозяйства ставит вопрос о комплексном использовании водных объектов для целей судоходства, энергетики, водоснабжения, мелиорации и т. д.

Важным событием в истории изучения водных ресурсов страны было учреждение в 1919 г. Российского, ныне Государственного, гидрологического института (ГГИ), в задачи которого входило объединение всех водных исследований в СССР.

В 1920 г. по инициативе В. И. Ленина принято историческое решение об электрификации России (план ГОЭЛРО). Выполнение этого плана потребовало всестороннего изучения естественного режима водоемов. В период с 1919 г. проведены крупнейшие водные исследования рр. Волхова, Свири, Москвы, Урала, Днепра, Волги, Амударьи и др.

Большое значение в развитии стационарных исследований рек имело учреждение в 1929 г. Гидрометеорологического комитета при Совете Народных Комиссаров СССР, который в 1933 г. был преобразован в Центральное управление Гидрометеорологической службы, а в 1936 г.— в Главное управление гидрометслужбы (ГУГМС). Это способствовало резкому возрастанию сети гидрологических станций, установлению единой методики работ, улучшению качества гидрологических исследований.

В 1924 и 1928 гг. были созваны I Всероссийский и II Всесоюзный гидрологические съезды, на которых рассматривались вопросы водного баланса и речного стока, морфометрии речного русла, измерительных приборов и гидробиологии.

Для развития гидрологических исследований большую роль сыграло грандиозное гидротехническое строительство довоенных лет: Волховская, Свирская и Днепровская ГЭС, Беломорско-Балтийский канал, канал имени Москвы и др.

В послевоенный период партия и правительство принимали ряд решений, связанных с водохозяйственным строительством, выполнение которых требовало дальнейшего развития гидрологии. Особенно сильно возросла роль гидрологических исследований после майского (1966 г.) Пленума ЦК КПСС в связи с расширением мелиорации земель.

В 1957 г. состоялся III Всесоюзный гидрологический съезд, на котором были рассмотрены достижения в области советской гидрологии за 30 лет, прошедших после II съезда, и выработано направление дальнейших гидрологических исследований.

В последнее десятилетие особое внимание уделяется вопросам водного и теплового балансов. В проблеме испарения во всех его видах

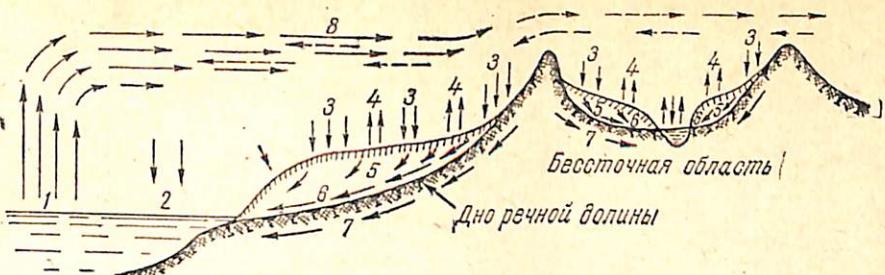


Рис. 1. Схема круговорота воды в природе:  
1— испарение с поверхности океана; 2— осадки на поверхность океана; 3— испарение с поверхности суши; 4— осадки на поверхности суши; 5— поверхностный и подземный стоки в реках; 6— речной сток в океан (бесссточное море); 7— подземный сток в океан (бесссточное море); 8— влагообмен между сушей и океаном через атмосферу.

наряду с экспериментальным изучением развивается теоретическое направление, основанное на методе турбулентной диффузии. В исследованиях речного стока и его регулирования находит все большее применение теория вероятностных процессов.

Развитие и совершенствование методики гидрологических расчетов дает возможность уточнять существующие нормы по расчету максимальных расходов талых вод при отсутствии или недостаточности гидрометрических данных, по расчету минимального стока, а также по расчету годового стока и его внутригодового распределения.

**4. Круговорот воды в природе.** Под влиянием солнечной радиации с поверхности морей и океанов, занимающих 70,8% площади земного шара, ежегодно испаряется огромное количество воды. Испарившаяся влага большей частью конденсируется и возвращается в виде атмосферных осадков в океан, совершив так называемый малый круговорот.

Часть испарившейся с морей и океанов влаги переносится воздушными течениями на сушу, где некоторая часть ее достигает стадии конденсации и выпадает в виде осадков; остальная часть не вступает во влагооборот и выносится через материк снова к океану.

Выпавшие осадки частично стекают по поверхности суши в виде ручьев и рек, частично просачиваются в почву, образуя грунтовые воды, а частично снова испаряются. В конце концов воды, доставленные воздушным течением на сушу, снова достигают океана, завершая так называемый большой круговорот воды в природе. Таким образом, круговорот воды в природе — это непрерывный процесс влагообмена между океаном, атмосферой и сушей (рис. 1).

Небольшая часть водяных паров, поступающих с поверхности океанов, выпадает в виде осадков в бессточные области суши. Здесь отмечаются самостоятельные влагообороты, почти не связанные с общим круговоротом воды в природе. Особенность влагообмена бессточных областей с океаном состоит в том, что вода из бессточных областей попадает туда не путем непосредственного стока, а путем переноса влаги в парообразном состоянии воздушными потоками.

На фоне большого круговорота воды земного шара можно выделить местные или внутриматериковые влагообороты, происходящие в пределах отдельных частей континента. Под внутриматериковым влагооборотом понимается процесс испарения и осаждения внутри материковой влаги, переносимой воздушными течениями с океана на сушу. На пути движения воздушных масс в глубь материка процесс испарение — осадки повторяется многократно. Чем больше объем испарения, тем чаще будут происходить такие влагообороты, тем больше количества выпадающих осадков, то есть тем более влажный климат данной территории и тем дальше проникает влага на материк.

Рассмотрим схему внутриматерикового оборота над некоторой территорией. Обозначив количество водяных паров, вошедших в пределы данной территории,  $Q_1$  и выносимых за ее пределы —  $Q_2$ , осадки —  $x$  и испарение —  $E$ , получим:

$$Q_2 = Q_1 - x + E. \quad (1)$$

Количество воды, сбрасываемое за пределы рассматриваемой территории в виде речного стока  $y$ , в среднем за год равно:

$$y = x - E. \quad (2)$$

С учетом равенства (2) уравнение (1) можно записать так:

$$Q_2 = Q_1 - y. \quad (3)$$

Осадки, выпадающие в пределах рассматриваемой территории можно разделить на две составляющие: образующиеся из водяного пара принесенного на территорию извне («внешние» осадки,  $x_b$ ) и образовавшиеся из водяного пара, возникшего в результате местного испарения («местные» осадки,  $x_m$ ), то есть

$$x = x_b + x_m.$$

Тогда уравнение (2) можно представить в виде:

$$x_b + x_m = y + E. \quad (5)$$

Задача расчета внутриматерикового оборота состоит в выяснении отношения  $\frac{x_b}{x_m}$ , так как в нем проявляется роль местного для данной территории испарения в образовании осадков.

Для оценки интенсивности влагооборота нужно знать так называемый коэффициент влагооборота  $\frac{x}{x_b}$ , показывающий, сколько раз пришедший извне водяной пар выпадает в виде осадков, до того как воздушные потоки и речной сток вынесут его за пределы территории.

Атмосферные течения проносят над материком огромные количества влаги со столь большими скоростями, что значительная часть не успевает сконденсироваться и выносится снова на океан. Так, расчеты К. И. Кашина и Х. П. Погосяна показали, что количество влаги, переносимой атмосферой за год в пределах европейской части СССР, равно в среднем  $8500 \text{ км}^3$ , осадки составляют  $3120 \text{ км}^3$ , а испарение  $2190 \text{ км}^3$ . Тогда сток рек в среднем равен  $3120 - 2190 = 930 \text{ км}^3$ . Таким образом

большая часть влаги проносится над территорией европейской части СССР транзитом и лишь 11% идет на сток.

На основании проведенных расчетов М. И. Будыко и О. А. Дроздов пришли к выводу, что из общего количества влаги над территорией европейской части СССР водяные пары местного происхождения составляют в среднем всего 13%, а остальные 87% — это влага с морей и океанов.

Рассмотренные вопросы имеют большое значение для прогнозирования тех изменений, которые могут произойти во влагообороте в результате водохозяйственных мероприятий на рассматриваемой территории.

5. **Водный баланс земного шара.** Изложенная схема круговорота воды в природе может быть выражена уравнением водного баланса, которое определяет связь между приходом и расходом влаги для всего земного шара. Приходной частью баланса являются осадки, расходной — испарение и сток.

Примем следующие обозначения:

$x_o$  — средние годовые осадки, выпадающие на поверхность океанов;  
 $x_c$  — средние годовые осадки, выпадающие на поверхность суши;  
 $E_o$  — среднее годовое испарение с поверхности океанов;  
 $E_c$  — среднее годовое испарение с поверхности суши;  
 $y$  — сток рек.

Ежегодно с поверхности морей и океанов испаряется количество воды, равное количеству выпадающих на них осадков плюс речной сток, то есть

$$E_o = x_o + y. \quad (6)$$

С поверхности суши в среднем за год испаряется столько воды, сколько выпадает на нее осадков, за вычетом воды, стекающей в моря и океаны:

$$E_c = x_c - y. \quad (7)$$

Объединив эти уравнения, получим общее уравнение водного баланса для земного шара в виде:

$$E_o + E_c = x_o + x_c, \quad (8)$$

то есть сумма испарения воды с поверхности морей, океанов и суши равна сумме осадков, выпавших на поверхность морей, океанов и суши.

На основании исследований, проведенных различными учеными (Э. Л. Брикнером, А. А. Каминским, А. В. Вознесенским, М. И. Львовичем), получена количественная оценка элементов водного баланса земного шара. По расчетам М. И. Львовича (1961 г.), эти величины, выраженные в  $\text{km}^3$  в год, составляют:

$$\begin{aligned} E_o &= 447\ 200; & E_c &= 65\ 400; \\ x_o &= 411\ 600; & x_c &= 101\ 000; \\ y &= 35\ 600. \end{aligned}$$

Таким образом, ежегодный сток со всего земного шара составляет  $35,6$  тыс.  $\text{km}^3$ . Если распределить этот объем равномерно по всей пло-

ди суши  $117106 \text{ км}^2$ , то получится слой стока, равный  $304 \text{ мм}$ . Общий объем воды на земном шаре около  $1330 \text{ млн. км}^3$ . Следовательно, в речном стоке участвуют всего около  $0,003\%$  от общего количества воды на нашей планете.

По исследованиям Государственного гидрологического института (1967 г.), величины элементов водного баланса Советского Союза за год составляют: осадки  $11694 \text{ км}^3$ , испарение  $7336 \text{ км}^3$ , сток  $4358 \text{ км}^3$ . При равномерном распределении указанных объемов в виде слоя получаем: осадки  $531 \text{ мм}$ , испарение  $333 \text{ мм}$  и сток  $198 \text{ мм}$ .

Таким образом, из общего количества атмосферных осадков  $11694 \text{ км}^3$ , выпадающих в течение года, более половины испаряется, остальная часть стекает.

Распределение стока по территории Советского Союза неравномерно. Наибольшие значения речного стока наблюдаются в северных, северо-западных и восточных областях СССР: бассейны Баренцева, Белого, Балтийского, Берингова, Охотского и Японского морей. В этих областях сосредоточено около  $80\%$  годового стока.

Территории средней полосы, занимающие по площади четвертую часть страны с наиболее развитым хозяйством, имеют около  $18\%$  водных ресурсов.

Низкие значения стока наблюдаются в южных и особенно юго-восточных районах европейской территории Союза, а также в бассейне Аральского моря и ряде районов Средней Азии. На эту площадь, составляющую четвертую часть страны, приходится всего лишь  $2\%$  годового стока.

**6. Единицы измерения стока.** Характеристики стока делятся на размерные и безразмерные.

К первой группе относятся расход воды, объем, модуль, слой и норма стока.

Расходом называется количество воды, протекающее через поперечное сечение реки в одну секунду. Расход выражается обычно в  $\text{м}^3/\text{сек}$  и может быть среднесуточный, среднемесячный, среднесезонный, среднегодовой, а также средний многолетний.

Объем стока  $W$  — это количество воды, протекающее через данное сечение реки за некоторый промежуток времени, то есть

$$W = QT, \quad (9)$$

где  $T$  — число секунд в рассматриваемом периоде.

Объем стока, выраженный в  $\text{м}^3$ , млн.  $\text{м}^3$  или  $\text{км}^3$ , также может быть вычислен за любой промежуток времени: сутки, месяц, сезон, год.

Модуль стока  $M$  показывает, сколько воды стекает с единицы площади водосбора в 1 сек, и выражается в  $\text{л/сек с 1 км}^2$ .

$$M = \frac{Q \cdot 10^3}{F} \text{ л/сек с 1 км}^2, \quad (10)$$

где  $10^3$  — переходный коэффициент от  $\text{м}^3/\text{сек}$  в  $\text{л/сек}$ ;

$F$  — площадь водосбора,  $\text{км}^2$ .

Модуль стока, как и расход, может быть средний за сутки, месяц, сезон, год и средний многолетний.

Слой стока  $h$ , выраженный в  $\text{мм}$ , получается в результате деления объема стока на площадь водосбора:

$$h = \frac{W}{F \cdot 10^3} \text{ мм}, \quad (11)$$

где  $W$  — объем стока,  $\text{м}^3$ ;

$F$  — площадь водосбора,  $\text{км}^2$ .

Между высотой слоя стока и модулем стока существует следующая зависимость:

$$h = 31,5 M. \quad (12)$$

Норма стока — это средняя величина годового стока за многолетний период с неизменными физико-географическими условиями. Норму стока можно выразить через любую характеристику стока: расход, модуль, слой или объем стока.

$$Q_0 = \frac{\sum Q_i}{n}; \quad M_0 = \frac{\sum M_i}{n}; \quad h_0 = \frac{\sum h_i}{n}; \quad W_0 = \frac{\sum W_i}{n}. \quad (13)$$

В этих выражениях в числителе — величины годового стока, в знаменателе — число наблюдений. Длительность наблюдений ( $n$ ) должна быть такой, при которой среднее арифметическое значение стока является практически достаточно устойчивым.

К безразмерным характеристикам стока относятся модульный коэффициент и коэффициент стока.

Модульный коэффициент  $K$  — это отношение величины стока за какой-то период к стоку среднему многолетнему:

$$K = \frac{Q_i}{Q_0} = \frac{M_i}{M_0} = \frac{h_i}{h_0} = \frac{W_i}{W_0}, \quad (14)$$

где  $Q_i, M_i, h_i, W_i$  — величины стока за данный период;

$Q_0, M_0, h_0, W_0$  — средние многолетние значения стока.

Модульные коэффициенты могут быть годовые, сезонные, месячные и т. д.

Коэффициентом стока  $\eta$  называется отношение высоты слоя стока  $h$  к количеству выпавших в бассейне осадков  $x$  за один и тот же период:

$$\eta = \frac{h}{x}. \quad (15)$$

Коэффициент стока показывает, какая часть выпавших осадков стекает. Вычисляют его чаще для многолетнего периода.

## Глава I. СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ГИДРОЛОГИИ

Основная цель расчетов стока заключается в получении данных, характеризующих сток в будущем, когда начнут действовать проектируемые мероприятия. Основанием для такого прогноза являются дан-

ные о стоке и определяющих его факторах за прошедшее время. Имея результаты непосредственных измерений стока за длительный период и основываясь на закономерностях явлений стока, с достаточной степенью вероятности можно получить необходимые характеристики ожидаемого стока. Однако в практике такими данными располагают не всегда, поэтому приходится составлять стоковые характеристики при незначительном количестве непосредственных наблюдений или даже при полном их отсутствии. В таких случаях пользуются различными косвенными методами расчета стока (метод гидрологической аналогии, эмпирические формулы, методы математической статистики).

Математическая статистика — это наука, занимающаяся изучением закономерностей массовых явлений. Приемы математической статистики, основанные на теории вероятностей, имеют очень широкое применение не только в гидрологии, но и в ряде других дисциплин.

### § 1. Статистические характеристики ряда

Событие, которое при наличии соответствующего комплекса условий может наступить, а может и не наступить, называется случайным событием.

Случайные события появляются под влиянием большого количества взаимодействующих причин, произвести анализ которых не представляется возможным. Следует различать случайные события и случайные величины. Например, появление в реке каждый год одного наибольшего расхода воды в период весеннего половодья не является случайным. Но та или иная величина этого расхода, которая наблюдается в каждом отдельном году, относится к категории случайных величин.

Совокупность случайных величин называется статистическим рядом. Статистический ряд характеризует изменение случайной величины во времени. Гидрологические ряды в большей части можно считать статистическими.

Основными статистическими характеристиками ряда являются следующие величины:

- 1) средняя арифметическая величина  $\bar{x}$ ;
- 2) коэффициент вариации  $C_v$  и
- 3) коэффициент асимметрии  $C_s$ .

Возьмем для примера ряд гидрологических элементов и рассмотрим его характеристики. Предположим, есть данные по среднегодовым расходам воды у определенного створа реки за период  $n$  лет. Обозначим расход за каждый год через  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Первая характеристика этого ряда — средняя арифметическая величина:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (16)$$

где  $n$  — число членов ряда.

Установим степень разбросанности или изменчивости членов ряда. Отклонение каждого члена ряда от среднего значения равно:

$$\Delta x_i = x_i - \bar{x}. \quad (17)$$

Так как отклонения имеют разные знаки, то сумма их равна нулю и среднее отклонение  $\bar{\Delta x} = 0$ .

Чтобы избавиться от влияния знаков при отклонениях, возведем все отклонения в квадрат; сумму квадратов отклонений разделим на число членов ряда и из этого выражения извлечем квадратный корень. Полученная величина называется средним квадратическим отклонением:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (18)$$

Если число членов ряда  $n$  меньше 30, то среднее квадратическое отклонение можно определить по формуле:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (19)$$

Среднее квадратическое отклонение — это абсолютная характеристика изменчивости ряда.

Для возможности сравнения отдельных статистических рядов в отношении их изменчивости необходимо выразить величину  $\sigma$  волях от  $\bar{x}$ , то есть разделить среднее квадратическое отклонение на среднее арифметическое значение данного ряда.

Относительное среднее квадратическое отклонение от среднего арифметического значения ряда называется коэффициентом вариации:

$$C_v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}. \quad (20)$$

Коэффициент вариации очень важная характеристика изменчивости ряда; его часто определяют в расчетах стока.

Для удобства гидрологических расчетов статистические ряды часто выражают не в абсолютных значениях, а в относительных, то есть применяют безразмерные ряды. Для этого каждый член размерного ряда делят на среднее арифметическое:

$$\frac{x_1}{\bar{x}}, \frac{x_2}{\bar{x}}, \frac{x_3}{\bar{x}}, \dots, \frac{x_n}{\bar{x}}.$$

Получают ряд модульных коэффициентов:  $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n$ .

Безразмерный ряд имеет два основных свойства: 1) сумма членов безразмерного ряда равна числу членов ряда ( $\sum_{i=1}^n K_i = n$ ); 2) среднее арифметическое значение безразмерного ряда равно единице ( $\bar{K} = 1$ ).

При замене в формуле (18) величины  $\frac{x_i}{x}$  на  $K$  получают значение коэффициента вариации безразмерного ряда:

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K-1)^2}{n}}. \quad (21)$$

Если число членов ряда  $n < 30$ , то коэффициент вариации определяется по формуле:

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K-1)^2}{n-1}}. \quad (22)$$

В выражениях (19) и (21) знаменатель  $n$  заменяют на  $n - 1$  потому, что при коротких рядах средняя арифметическая величина, необходимая при использовании формул (19) и (22), вычисляется с меньшей точностью. Для уменьшения ошибки, происходящей вследствие различия истинного и вычисленного значения  $\bar{x}$ , и необходима указанная замена знаменателя.

Третьей характеристикой статистического ряда является коэффициент асимметрии ряда  $C_s$ . Ряд называется симметричным, если положительные и отрицательные отклонения членов ряда от среднего арифметического его значения повторяются одинаково часто. Характеристикой асимметричности ряда служит коэффициент асимметрии. Для разнородного ряда коэффициент асимметрии

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n\sigma_x^3}. \quad (23)$$

Для безразмерного ряда

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (K-1)^3}{nC_v^3}. \quad (24)$$

## § 2. Понятие о вероятности

Вероятность — это мера возможности появления того или иного события, в частности различных гидрологических явлений или их характеристик. Вероятность наступления какого-нибудь события равна отношению числа случаев, благоприятствующих появлению рассматриваемого события ( $m$ ), к числу всех равновозможных случаев ( $n$ ):

$$P = \frac{m}{n}. \quad (25)$$

Например, имеются данные по среднегодовым расходам какой-то реки за 100 лет. В течение 30 лет расходы были от 100 до  $70 \text{ м}^3/\text{сек}$ , в течение

50 лет — от 70 до  $40 \text{ м}^3/\text{сек}$  и 20 лет — от 40 до  $10 \text{ м}^3/\text{сек}$ . Тогда вероятность того, что расход воды должен иметь значение от 100 до  $70 \text{ м}^3/\text{сек}$ , равна  $\frac{30}{100} = 0,3$ ; вероятность появления расходов от 70 до  $40 \text{ м}^3/\text{сек}$  —  $\frac{50}{100} = 0,5$  и для расходов в пределах от 40 до  $10 \text{ м}^3/\text{сек}$  —  $\frac{20}{100} = 0,2$ .

Предположим теперь, что в этом 100-летнем ряду все расходы имеют значение от 40 до  $10 \text{ м}^3/\text{сек}$ . Тогда вероятность наступления такого расхода будет  $\frac{100}{100} = 1$ ; если же в ряду такие расходы вовсе отсутствуют, то вероятность появления их равна  $\frac{0}{100} = 0$ .

Таким образом, вероятность колеблется в пределах от 0 до 1. Если вероятность события равна нулю, оно совершенно невозможно, а если единице — оно достоверно.

Явления, которые не могут появиться вместе, называются несовместными. В данном случае расходы первой группы ( $100 - 70 \text{ м}^3/\text{сек}$ ) и второй группы ( $70 - 40 \text{ м}^3/\text{сек}$ ) или второй и третьей групп ( $40 - 10 \text{ м}^3/\text{сек}$ ) не могут появиться в один и тот же год (они несовместимы).

Независимыми называют события в тех случаях, когда вероятность появления каждого из них не находится в какой-либо зависимости от появления других событий.

Рассмотрим основные действия над вероятностями.

Теорема сложения вероятностей говорит, что вероятность появления одного из несовместных событий (события  $A$  или события  $B$ ), без указания какого именно, равна сумме вероятностей появления каждого из этих событий в отдельности:

$$P(A + B) = P(A) + P(B). \quad (26)$$

В нашем примере вероятность появления расхода первой или второй группы равна:  $0,3 + 0,5 = 0,8$ ; вероятность наступления расхода второй группы или третьей:  $0,5 + 0,2 = 0,7$ ; вероятность наступления расхода первой, второй или третьей группы  $0,3 + 0,5 + 0,2 = 1$ .

Таким образом, из теоремы сложения вероятностей вытекает, что если несовместные события единственно возможны, то сумма их вероятностей равна единице.

Теорема умножения вероятностей гласит, что вероятность совместного наступления обоих событий  $A$  и  $B$  при их независимости равна произведению вероятности события  $A$  на вероятность события  $B$ :

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B). \quad (27)$$

В рассматриваемом примере вероятность наступления вначале расхода первой группы, а затем второй в соответствии с выражением (27) будет:  $0,3 \cdot 0,5 = 0,15$ ; вероятность наступления подряд двух расходов первой группы:  $0,3 \cdot 0,3 = 0,09$  и т. д.

Если события не независимы, то нужно знать, какова вероятность появления события  $B$  при условии, что событие  $A$  произошло. Такая вероятность

ятность называется условной и обозначается  $P(B/A)$ . В этом случае вероятность совпадения событий  $B$  после  $A$  выразится через

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B/A). \quad (28)$$

Пусть  $A_1, A_2, \dots, A_n$  — несовместимые события и событие  $B$  может осуществляться только с одним из них. Тогда вероятность события  $B$  равна сумме произведений вероятностей события  $A_i$  на условную вероятность события  $B$ , то есть

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + \\ &+ P(A_n) \cdot P(B/A_n) = \sum_1^n P(A_i) \cdot P(B/A_i). \end{aligned} \quad (29)$$

Эта формула называется формулой полной вероятности.

### § 3. Правило сигм

Возьмем какой-нибудь гидрологический ряд:

$$x_1 x_2 x_3 \dots x_n.$$

Определим статистические характеристики взятого ряда:

$$\bar{x} = \frac{\sum_1^n x_i}{n}; \quad \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

и предположим, что ряд близок к симметричному, то есть  $C_s \approx 0$ .

Представим ряд графически, откладывая по оси ординат значения  $x_i$  по оси абсцисс — время  $T$  (рис. 2). Через точку  $\bar{x}$  на оси ординат

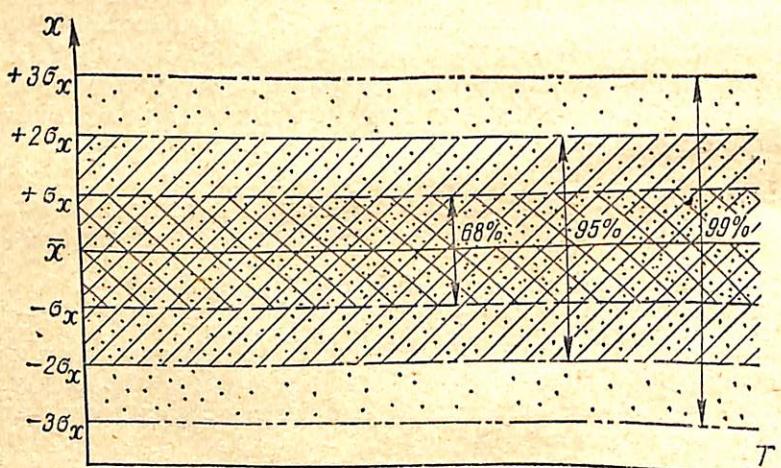


Рис. 2. Схема к пояснению правила сигм.

проведем горизонтальную линию через весь график. Отложим вверх и вниз от  $\bar{x}$  величину среднеквадратического отклонения  $\sigma_x$  и через эти точки проведем горизонтальные линии. Доказано, что в заштрихованной полосе между  $\pm\sigma_x$  находится более 68% всех членов ряда ( $x_i$ ). Следовательно, если ряд близок к симметричному, то более 68% членов ряда отклоняются от  $\bar{x}$  на величину, не превышающую  $\pm\sigma_x$ .

Предположим, что число членов ряда 100, а количество членов, отклоняющихся от  $\bar{x}$  на величину  $\pm\sigma_x$ , 68. Тогда вероятность отклонения  $x_i$  от  $\bar{x}$  на величину  $\pm\sigma_x$ , или вероятность ошибки  $\pm\sigma_x$ , равна:

$$P_1 = \frac{68}{100} = 0,68.$$

Если отложить на графике вверх и вниз от  $\bar{x}$  величину  $\pm 2\sigma_x$  и провести через эти точки горизонтальные линии, то между ними уже будет находиться более 95% всех членов ряда, то есть вероятность ошибки  $\pm 2\sigma_x$  составит:

$$P_2 = \frac{95}{100} = 0,95.$$

Между линиями, проведенными через точки  $\pm 3\sigma_x$ , находится примерно 99% всех членов ряда; 99% членов ряда могут отклоняться от  $\bar{x}$  не более чем на  $\pm 3\sigma_x$ . Вероятность ошибки  $\pm 3\sigma_x$  будет:

$$P_3 = \frac{99}{100} = 0,99.$$

Это положение в математической статистике известно как правило о трех сигмах и формулируется так: если значение какой-нибудь величины имеет примерно нормальное распределение около среднего арифметического, то более 99% общего числа значений отклоняется в ту и другую сторону от  $\bar{x}$  не более чем на утроенное среднеквадратическое отклонение ( $3\sigma_x$ ), или:

$$-3\sigma_x < (x_i - \bar{x}) < +3\sigma_x. \quad (30)$$

Это неравенство определяет величину расхождения  $x_i$  от  $\bar{x}$ , пределы колебания  $x_i$  по сравнению с  $\bar{x}$ . Выражение (30) можно записать так:

$$(x_i - 3\sigma_x) < \bar{x} < (x_i + 3\sigma_x). \quad (31)$$

Правая часть этого неравенства  $-(x_i + 3\sigma_x)$  — величина всегда положительная. В гидрологии  $\bar{x}$  — величина тоже обязательно положительная (расход воды, модуль стока, осадки и т. д.). Для того чтобы в выражении (31)  $\bar{x}$  было положительной величиной, необходимо, чтобы была положительной левая часть неравенства, то есть

$$x_i - 3\sigma_x \geq 0,$$

или

$$x_i \geq 3\sigma_x.$$

Тогда

$$\frac{x_i}{\sigma_x} \geq 3. \quad (32)$$

Полученное соотношение выражает правило трех сигм для гидрологических рядов. Если условие (32) выполняется, значит,  $x_i$  найден достоверно с вероятностью ошибки 0,99, или  $x_i$  отклоняется от  $\bar{x}$  не более чем на  $\pm\sigma_x$  в 99 случаях из 100.

#### § 4. Определение погрешностей в вычислении статистических характеристик ряда

В гидрологии различные характеристики определяют обычно по ряду наблюдаемых величин (стока, осадков и т. д.), который является лишь частью многолетнего ряда, каким в действительности не располагают. Поэтому все статистические характеристики ряда —  $\bar{x}$ ,  $C_v$  и  $C_s$  — по приведенным выше формулам можно вычислить с различной степенью точности в зависимости от количества членов ряда. Так, сред-

нее арифметическое  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$  определится точно только в том случае, если  $n$  стремится к бесконечности; в остальных случаях  $\bar{x}$  определяется с какой-то погрешностью.

В практических расчетах стока очень важно знать, с какой ошибкой получаются эти величины при той или иной длине ряда наблюдений.

В теории вероятности получены формулы, по которым можно установить, с какой точностью вычислены  $\bar{x}$ ,  $C_v$  и  $C_s$ .

Абсолютную ошибку среднего арифметического с вероятностью 0,68 определяют по формуле:

$$\Delta E_{\bar{x}; 0,68} = \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (33)$$

$\sigma_x$  — среднее квадратическое отклонение;

$n$  — число членов ряда.

Для того чтобы получить относительную ошибку  $\bar{x}$  в процентах, выражение (33) следует разделить на  $\bar{x}$  и умножить на 100 %. Получим:

$$E_{\bar{x}; 0,68} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{n}} 100\%, \quad (34)$$

где  $C_v$  — коэффициент вариации.

Для получения величины ошибки  $\bar{x}$  с вероятностью 0,99 выражение (34) надо умножить на 3, а для получения ошибки с вероятностью 0,95 — на 2.

Из приведенной формулы (34) видно, что точность нахождения среднего арифметического зависит от числа членов ряда (от длительности

наблюдений) и от степени изменчивости ряда, характеризующейся коэффициентом вариации  $C_v$ .

Относительную ошибку коэффициента вариации с вероятностью 0,68 (или среднеквадратическую ошибку) определяют по формуле:

$$E_{C_v; 0,68} = \pm \sqrt{\frac{1 + C_v^2}{2n}} 100\%. \quad (35)$$

В гидрологических расчетах полученное значение ошибки по выражению (35) сравнивают с допустимой ошибкой, указанной в нормах по проектированию. Если вычисленная ошибка превышает допустимую, значит, ряд наблюдений короткий, недостаточный для определения  $C_v$  по теоретическим формулам (20 и 21).

Относительную ошибку коэффициента асимметрии с вероятностью 0,68 можно вычислить по формуле:

$$E_{C_s; 0,68} = \pm \frac{1}{C_s} \sqrt{\frac{6}{n}} \sqrt{1 + 6C_v^2 + 5C_v^4} 100\%. \quad (36)$$

Подсчеты по формуле (36) показывают, что для надежного определения коэффициента асимметрии  $C_s$  необходимо иметь ряд, состоящий более чем из 100 членов. Столь продолжительные наблюдения есть только по некоторым рекам. Поэтому пользоваться теоретическими формулами (23, 24) для определения  $C_s$  не приходится. В гидрологических расчетах параметр  $C_s$ , как будет показано далее, находят косвенными приемами.

#### § 5. Корреляция

При исследовании гидрологических явлений часто возникает необходимость в установлении зависимости между соответственными значениями различных величин, в сравнении двух и более рядов.

Происходящие в природе явления настолько сложны и многообразны, что полный учет всех факторов, влияющих на эти явления, оказывается затруднительным. Например, высота весеннего половодья зависит не только от запасов воды в снеге, но и от количества весенних осадков, предварительного увлажнения почвы, наличия или отсутствия ледяной корки на почве. В связи с невозможностью учета всех этих факторов зависимость между максимальными уровнями воды половодья и запасами воды в снеге имеет приближенный характер.

Если величина функции  $y$  зависит не только от величины переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , но и от других причин, то связь между  $y$  и  $x_1, x_2, \dots, x_n$  называется неточной или корреляционной связью в отличие от точной или функциональной. При наличии функциональной зависимости каждому значению аргумента  $x$  соответствует одно, вполне определенное значение функции  $y$ . При корреляционной же зависимости каждому значению аргумента может соответствовать несколько значений функции.

К функциональным зависимостям относятся все законы физики, химии и т. д. Связи, наблюдающиеся между гидрологическими явле-

Тогда

$$\frac{x_i}{\sigma_x} \geqslant 3. \quad (32)$$

Полученное соотношение выражает правило трех сигм для гидрологических рядов. Если условие (32) выполняется, значит,  $x_i$  найден достоверно с вероятностью ошибки 0,99, или  $x_i$  отклоняется от  $\bar{x}$  не более чем на  $\pm \sigma_x$  в 99 случаях из 100.

#### § 4. Определение погрешностей в вычислении статистических характеристик ряда

В гидрологии различные характеристики определяют обычно по ряду наблюдаемых величин (стока, осадков и т. д.), который является лишь частью многолетнего ряда, каким в действительности не располагают. Поэтому все статистические характеристики ряда —  $\bar{x}$ ,  $C_v$  и  $C_s$  — по приведенным выше формулам можно вычислить с различной степенью точности в зависимости от количества членов ряда. Так, сред-

нее арифметическое  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$  определяется точно только в том случае, если  $n$  стремится к бесконечности; в остальных случаях  $\bar{x}$  определяется с какой-то погрешностью.

В практических расчетах стока очень важно знать, с какой ошибкой получаются эти величины при той или иной длине ряда наблюдений.

В теории вероятности получены формулы, по которым можно установить, с какой точностью вычислены  $\bar{x}$ ,  $C_v$  и  $C_s$ .

Абсолютную ошибку среднего арифметического с вероятностью 0,68 определяют по формуле:

$$\Delta E_{\bar{x}, 0.68} = \pm \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (33)$$

$\sigma_x$  — среднее квадратическое отклонение;

$n$  — число членов ряда.

Для того чтобы получить относительную ошибку  $\bar{x}$  в процентах, выражение (33) следует разделить на  $\bar{x}$  и умножить на 100 %. Получим:

$$E_{\bar{x}, 0.68} = \pm \frac{C_v}{\sqrt{n}} 100\%, \quad (34)$$

где  $C_v$  — коэффициент вариации.

Для получения величины ошибки  $\bar{x}$  с вероятностью 0,99 выражение (34) надо умножить на 3, а для получения ошибки с вероятностью 0,95 — на 2.

Из приведенной формулы (34) видно, что точность нахождения среднего арифметического зависит от числа членов ряда (от длительности

наблюдений) и от степени изменчивости ряда, характеризующейся коэффициентом вариации  $C_v$ .

Относительную ошибку коэффициента вариации с вероятностью 0,68 (или среднеквадратическую ошибку) определяют по формуле:

$$E_{C_v, 0.68} = \pm \sqrt{\frac{1+C_v^2}{2n}} 100\%. \quad (35)$$

В гидрологических расчетах полученное значение ошибки по выражению (35) сравнивают с допустимой ошибкой, указанной в нормах по проектированию. Если вычисленная ошибка превышает допустимую, значит, ряд наблюдений короткий, недостаточный для определения  $C_v$  по теоретическим формулам (20 и 21).

Относительную ошибку коэффициента асимметрии с вероятностью 0,68 можно вычислить по формуле:

$$E_{C_s, 0.68} = \pm \frac{1}{C_s} \sqrt{\frac{6}{n}} \sqrt{1+6C_v^2+5C_v^4} 100\%. \quad (36)$$

Подсчеты по формуле (36) показывают, что для надежного определения коэффициента асимметрии  $C_s$  необходимо иметь ряд, состоящий более чем из 100 членов. Столь продолжительные наблюдения есть только по некоторым рекам. Поэтому пользоваться теоретическими формулами (23, 24) для определения  $C_s$  не приходится. В гидрологических расчетах параметр  $C_s$ , как будет показано далее, находят косвенными приемами.

#### § 5. Корреляция

При исследовании гидрологических явлений часто возникает необходимость в установлении зависимости между соответственными значениями различных величин, в сравнении двух и более рядов.

Происходящие в природе явления настолько сложны и многообразны, что полный учет всех факторов, влияющих на эти явления, оказывается затруднительным. Например, высота весеннего половодья зависит не только от запасов воды в снеге, но и от количества весенных осадков, предварительного увлажнения почвы, наличия или отсутствия ледяной корки на почве. В связи с невозможностью учета всех этих факторов зависимость между максимальными уровнями воды половодья и запасами воды в снеге имеет приближенный характер.

Если величина функции  $y$  зависит не только от величины переменных  $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_n$ , но и от других причин, то связь между  $y$  и  $x_1$ ,  $x_2$ , ...,  $x_n$  называется неточной или корреляционной связью в отличие от точной или функциональной. При наличии функциональной зависимости каждому значению аргумента  $x$  соответствует одно, вполне определенное значение функции  $y$ . При корреляционной же зависимости каждому значению аргумента может соответствовать несколько значений функции.

К функциональным зависимостям относятся все законы физики, химии и т. д. Связи, наблюдающиеся между гидрологическими явле-

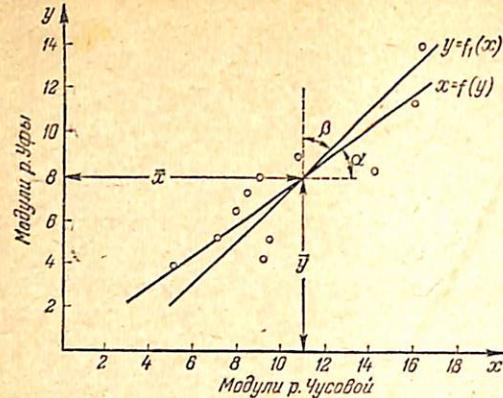


Рис. 3. Зависимость между среднегодовыми модулями стока рр. Чусовой и Уфы.

фике соответствует определенная точка (рис. 3). Из графика видно, что все нанесенные точки не ложатся на одну прямую или кривую линию, они располагаются некоторой полосой. В общем с увеличением модуля стока одной реки увеличивается и модуль стока другой, однако точного соответствия в изменениях модулей стока обеих рек не наблюдается. При одном и том же значении модуля стока р. Уфы модуль стока р. Чусовой может иметь различные величины. И наоборот, при одинаковом модуле стока р. Чусовой на р. Уфе могут наблюдаться различные модули. Таким образом, зависимость между годовыми модулями стока этих рек является корреляционной.

ТАВЛИЦА 1

Годы	Модули стока, л/сек км <sup>2</sup>		Годы	Модули стока, л/сек км <sup>2</sup>	
	р. Чусовая	р. Уфа		р. Чусовая	р. Уфа
1921	7,1	5,3	1926	16,3	14,0
1922	7,9	6,6	1927	16,0	11,4
1923	9,0	8,1	1928	10,8	9,0
1924	9,2	4,4	1929	8,5	7,4
1925	14,2	8,4	1930	9,7	5,2

Корреляционную зависимость можно выразить аналитически, то есть подобрать уравнения, связывающие  $x$  и  $y$ , корреляционно. При изучении речного стока преимущественно встречаются корреляционные зависимости, имеющие прямолинейный характер; графически они выражаются прямыми линиями. Прямая линия, проведенная с таким расчетом, чтобы сумма квадратов отклонений от нее ординат  $y$  отдельных точек была бы наименьшей, даст наиболее вероятные значения  $y$ , отвечающие заданным значениям  $x$ . Эта прямая называется линией регрессии  $y$  по  $x$ . Прямая, соответствующая наименьшей сумме квадратов отклонений от нее абсцисс  $x$ , называется линией регрессии  $x$  по  $y$ .

и дает наиболее вероятные значения  $x$ , отвечающие заданным значениям  $y$ . Линии регрессии пересекаются в одной точке, соответствующей средним значениям переменных  $x$  и  $y$ .

Обозначим угловой коэффициент линии  $x$  по  $y$  через  $\alpha$ , линии  $y$  по  $x$  через  $\beta$ . Чем шире полоса точек на графике, тем менее точная связь между  $x$  и  $y$ , тем меньше угол  $\alpha$  и угол  $\beta$ . За меру связи между двумя рядами принимают величину

$$r = \sqrt{\tan \alpha \tan \beta}. \quad (37)$$

Величина  $r$  называется коэффициентом корреляции. Из выражения (37) следует, что если  $\alpha=0$  или  $\beta=0$ , то коэффициент корреляции  $r=0$ ; тогда линии регрессии перпендикулярны друг другу, точки разбросаны по всему полю графика и связь между  $x$  и  $y$  отсутствует. Если линии регрессии совпадают, связь превращается в функциональную; тогда  $\beta=90-\alpha$  и  $\tan \beta=\tan (90-\alpha)=\cot \alpha$ , а коэффициент корреляции

$$r = \sqrt{\tan \alpha \cot \alpha} = 1. \quad (38)$$

Следовательно, коэффициент корреляции по абсолютной величине колеблется от 0 до 1;  $r$  может иметь знак плюс или минус. Положительное значение коэффициента корреляции указывает на то, что оба признака  $x$  и  $y$  возрастают или убывают одновременно. При отрицательном значении коэффициента корреляции с увеличением  $x$  значение  $y$  уменьшается.

Таким образом, величина коэффициента корреляции изменяется в пределах от +1 до -1. Чем ближе  $r$  к единице, тем теснее связь между  $x$  и  $y$ . В гидрологических расчетах связь считается достаточно тесной, если  $r \geq 0,80$ .

Значение коэффициента корреляции удобнее вычислить по формуле:

$$r = \frac{\sum (\Delta x \Delta y)}{\sqrt{\sum \Delta x^2 \sum \Delta y^2}}, \quad (39)$$

или

$$r = \frac{\sum (\Delta x \Delta y)}{(n-1) \sigma_x \sigma_y}. \quad (40)$$

Среднеквадратическое отклонение коэффициента корреляции приближенно определяют по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}. \quad (41)$$

Формулы (39) и (40) справедливы только при большом числе членов ряда ( $n > 20$ ). При малом числе членов коэффициент корреляции может оказаться случайным и, следовательно, не быть показателем наличия хорошей связи. Достоверность коэффициента корреляции, найденного по небольшому количеству данных, можно установить по способу, предложенному английским ученым Р. А. Фишером. При этом способе

коэффициент  $r$  заменяется величиной  $z$ , функционально связанной с  $r$  соотношением:

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}, \quad (42)$$

или

$$z = 1,1513 \lg \frac{1+r}{1-r}. \quad (43)$$

Замена  $r$  на  $z$  удобна тем, что величина  $z$  при любом значении  $r$  от  $+1$  до  $-1$  имеет распределение, очень близкое к нормальному, и поэтому к оценке найденного значения  $z$  можно применить правило трех сигм. Среднеквадратическое отклонение величины  $z$  определяют по формуле:

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{n-3}}. \quad (44)$$

Если отношение  $\frac{z}{\sigma_z} \geq 3$ , то величина  $z$  найдена достоверно с вероятностью ошибки 0,99, то есть в 99 случаях из 100 ошибка  $z$  не превышает  $\pm 3\sigma_z$ .

В соответствии с «Указаниями по определению расчетных величин годового стока рек и его внутригодового распределения» (СН 371—67) оценку достоверности (неслучайности) коэффициента корреляции в гидрологических расчетах можно приближенно проводить с помощью коэффициента достоверности  $K_d$ , равного отношению коэффициента корреляции к его среднему квадратическому отклонению:

$$K_d = \frac{|r| \sqrt{n-1}}{1-r^2}, \quad (45)$$

где  $|r|$  — абсолютная величина коэффициента корреляции;  
 $n$  — число членов ряда.

При  $K_d < 1$  связь коррелируемых величин отсутствует; при  $3 > K_d > 1$  имеется тенденция связи этих величин; при  $K_d > 3$  значение коэффициента корреляции считается достоверным.

Прямолинейная корреляция аналитически выражается следующими уравнениями:

$$y - \bar{y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad (46)$$

$$x - \bar{x} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad (47)$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  — средние значения  $x$  и  $y$ ;

$r$  — коэффициент корреляции;

$\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  — среднеквадратические отклонения ряда  $x$  и ряда  $y$ .

Коэффициенты  $r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$  и  $r \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$  определяют угол наклона прямой регрессии к оси ординат и оси абсцисс и называются коэффициентами

Уравнения (46) и (47), связывающие  $x$  и  $y$  корреляционно, имеют следующие свойства:

1) определение  $y$  по  $x$  возможно только по уравнению (46); определение  $x$  по  $y$  — по уравнению (47);

2) оба уравнения имеют одну общую точку с координатами  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ .

Абсолютные ошибки с вероятностью 0,68 в определении  $x$  и  $y$  по уравнениям (46) и (47) находят по следующим формулам:

$$\Delta E_{y, 0.68} = \pm \sigma_y \sqrt{1-r^2}; \quad (48)$$

$$\Delta E_{x, 0.68} = \pm \sigma_x \sqrt{1-r^2}. \quad (49)$$

Для получения ошибок в определении  $x$  и  $y$  по корреляционным уравнениям с вероятностью 0,99 надо правые части выражений (48) и (49) утроить.

## § 6. Применение метода корреляции к определению норм стока

Метод корреляции широко используется в гидрологических расчетах. При небольшом количестве гидрометрических данных о годовом стоке (за период 10—15 лет) норму стока можно определить методом корреляции по аналогии с другой рекой. Сущность метода состоит в следующем: например, есть данные о годовом стоке в створе какой-то реки за  $n=10$  лет (это могут быть среднегодовые расходы, модули, слои стока). Обозначив эти данные через  $y$ , получим ряд:

$$y_1 y_2 y_3 \dots y_{10}.$$

С целью удлинения короткого ряда фактических наблюдений выбираем бассейн, аналогичный по физико-географическим условиям изучаемому, но в котором есть данные по стоку за многолетний период. Допустим, в аналоге имеются данные за  $N=25$  лет. Обозначив их через  $x$ , получим такой ряд:

$$x_1 x_2 x_3 \dots x_{10} \dots x_{25}.$$

Теперь есть два ряда: короткий —  $y$  и длинный —  $x$ . На основании имеющихся параллельных наблюдений, в нашем случае за  $n=10$  лет, устанавливаем, действительно ли существует связь между годовым стоком в обоих бассейнах. Для этого определяем коэффициент корреляции  $r$  и устанавливаем его достоверность.

Если  $r$  найден достоверно и по абсолютной величине он больше 0,80, значит, между стоком в изучаемом бассейне и бассейне-аналоге существует достаточно тесная связь, то есть аналог выбран правильно.

Выражаем эту связь с помощью корреляционного уравнения:

$$y - \bar{y}_{10} = r_{10} \frac{\sigma_y, 10}{\sigma_x, 10} (x - \bar{x}_{10}). \quad (50)$$

Пользуясь уравнением (50), можно найти норму стока тремя приемами.

Подставляя в уравнение (50) последовательно значения  $x$  от  $x_{11}$  до  $x_{25}$ , можно удлинить ряд  $y$  до 25 членов. По удлиненному ряду годовых величин вычисляем норму стока как среднее арифметическое:

$$y_0 = \bar{y}_{25} = \frac{\sum_{i=1}^{25} y_i}{25}.$$

Уравнение (50) можно представить графически. Вычислив норму стока в аналогичном бассейне как

$$\bar{x}_{25} = \frac{\sum_{i=1}^{25} x_i}{25},$$

графически находят соответствующую этому значению  $x$  величину нормы стока в изучаемом бассейне, то есть  $\bar{y}_{25}$ .

Третий прием определения нормы стока по корреляционному уравнению состоит в том, что в уравнение (50) вместо текущих координат  $x$  и  $y$  подставляют их средние значения за  $N=25$  лет, то есть искомую норму стока в изучаемом бассейне ( $\bar{y}_{25}$ ) и норму стока в аналогичном бассейне ( $\bar{x}_{25}$ ):

$$\bar{y}_{25} - \bar{y}_{10} = r_{10} \frac{\sigma_{y, 10}}{\sigma_{x, 10}} (\bar{x}_{25} - \bar{x}_{10}). \quad (51)$$

Из этого уравнения находим норму стока в изучаемом бассейне:

$$\bar{y}_{25} = \bar{y}_{10} + r_{10} \frac{\sigma_{y, 10}}{\sigma_{x, 10}} (\bar{x}_{25} - \bar{x}_{10}).$$

Абсолютную ошибку нормы стока, найденной из уравнения (51), а также по удлиненному ряду, определяют по формуле:

$$\Delta E_{\bar{y}, 0.68} = \pm \frac{\sigma_{y, N}}{\sqrt{n}} \sqrt{1 - \frac{N-n}{n} r^2}, \quad (52)$$

где  $n$  — число членов короткого ряда;

$N$  — число членов длинного ряда (продолжительность многолетнего периода);

$r$  — коэффициент корреляции;

$\sigma_{y, N}$  — среднее квадратическое отклонение приведенного к многолетнему периоду ряда ( $\bar{y}$ ).

Среднее квадратическое отклонение приведенного к многолетнему периоду ряда зависит от коэффициента корреляции  $r$ , от средних квадратических отклонений  $\sigma_{y, n}$  и  $\sigma_{x, n}$ , вычисленных по короткому ряду, и от среднего квадратического отклонения длинного ряда  $\sigma_{x, N}$ . Этую

величину определяют по формуле:

$$\sigma_{y, N} = \sqrt{\frac{\sigma_{y, n}}{1 - r^2 \left( 1 - \frac{\sigma_{x, n}^2}{\sigma_{x, N}^2} \right)}}. \quad (53)$$

Коэффициент вариации приведенного к многолетнему периоду ряда, то есть ряда, удлиненного методом корреляции, находят так:

$$C_{v, N} = \frac{\sigma_{y, N}}{\bar{y}_N}. \quad (54)$$

## Г л а в а II. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РЕКАХ

### § 1. Река и ее система

Река, впадающая непосредственно в море или бессточное озеро, называется главной. Реки, впадающие в главную реку, называются притоками первого порядка. Далее следуют притоки второго порядка, третьего и т. д. Совокупность всех рек, впадающих в главную реку, называется речной системой (в плане она имеет вид ветвящегося дерева).

Основные характеристики речной системы — длина составляющих ее рек, густота речной сети, извилистость и разветвленность рек.

Длину реки можно измерить циркулем или курвиметром по карте масштаба 1 : 50 000 или 1 : 100 000.

Густоту речной сети определяют как отношение длины всех рек какой-либо территории к ее площади:

$$D = \frac{\Sigma L}{F}, \quad (55)$$

где  $\Sigma L$  — длина, км;

$F$  — площадь, км<sup>2</sup>.

При таком определении густоты речной сети получается ее среднее значение для рассматриваемой территории. Часто применяют другой способ определения густоты речной сети. Всю рассматриваемую территорию разбивают на ряд равновеликих квадратов с площадью  $f$ ; измеряют длину рек в пределах каждого квадрата  $\Sigma l$  и вычисляют густоту речной сети в квадрате:

$$d = \frac{\Sigma l}{f}. \quad (56)$$

На основании полученных данных строят линии равной густоты речной сети, называемые изоденсами. Изоденсы характеризуют распределение густоты сети на всей территории. Густота речной сети возрастает с увеличением количества осадков. В районах избыточного увлажнения речная сеть более густая, чем в районах Средней Азии, где норма годовых осадков достигает всего 100—200 мм. Большое значение имеет также распределение осадков в течение года.

## ЛИТЕРАТУРА

- А в а к я н А. Б., Ш а р а п о в В. А. Водохранилища гидроэлектростанций СССР. Энергия, 1968.
- А л е к с е е в Г. А. Расчеты паводочного стока рек СССР. Гидрометеоиздат, 1955.
- А л т у н и н С. Т. Регулирование стока. Сельхозиздат, М., 1926.
- А н д� е я н о в В. Г. Внутригодовое распределение стока. Гидрометеоиздат, Л., 1960.
- Б а х т и а р о в В. А. Водное хозяйство и водохозяйственные расчеты. Гидрометеоиздат, 1961.
- Б р а с л а в с к и й А. П. В и к у л и н а З. А. Нормы испарения с поверхности водохранилищ. Гидрометеоиздат, 1954.
- В е л и к а н о в М. А. Гидрология суши. Гидрометеоиздат, 1964.
- В о с к р е с е н с к и й К. П. Гидрологические расчеты при проектировании сооружений на малых реках, ручьях и временных водотоках. Гидрометеоиздат, 1956.
- Ж е л е з н я к И. А. Регулирование паводочного стока. Гидрометеоиздат, 1965.
- Ж е л е з н я к о в Г. В. Гидрометрия. «Колос», 1965.
- И в а н о в К. Е. Гидрология болот. Гидрометеоиздат, 1953.
- К а р а у ш е в А. В. Речная гидравлика. Гидрометеоиздат, 1969.
- К а р т в е л и ш в и л и Н. А. Теория вероятностных процессов в гидрологии и регулировании речного стока. Гидрометеоиздат, 1967.
- К о н с т а н т и н о в А. Р. Испарение в природе. Гидрометеоиздат, 1968.
- К р и ц к и й С. Н., М е н к е л ь М. Ф. Водохозяйственные расчеты. Гидрометеоиздат, 1952.
- Л я п и ч е в П. А. Методика регулирования речного стока. Госстройиздат, 1955.
- М о к л я к В. И. Расчет весенних максимальных расходов воды. Труды Киевской научно-гидрологической обсерватории УГМ УССР, вып. 3(4). Гидрометеоиздат, 1953.
- О г и е в с к и й А. В. Гидрология суши. Сельхозгиз, 1951.
- П л е ш к о в Я. Ф. Регулирование речного стока. Гидрометеоиздат, 1961.
- П о т а п о в М. В. Сочинения, т. III. Сельхозгиз, 1951.
- П ё ш к и н Б. А. Вопросы динамики берегов водохранилищ. Изд. АН УССР, 1963.
- С а в а р е н с к и й А. Д. Регулирование речного стока водохранилищами. АН СССР, М., 1951.
- С о к о л о в с к и й Д. Л. Речной сток. Гидрометеоиздат, 1968.
- У к а з а н и я по определению расчетных минимальных расходов воды рек при строительном проектировании СН 346—68. Гидрометеоиздат, 1966.
- Ч е б о т а р е в А. И. Общая гидрология. Гидрометеоиздат, 1960.
- Ш а м о в Г. И. Заиление водохранилищ. Гидрометеоиздат, 1950.
- Ш у л ъ ц В. Л. Реки Средней Азии. Гидрометеоиздат, 1965.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### Часть I. Гидрология

Введение . . . . .	3
<i>Глава I. Статистические методы, применяемые в гидрологии . . . . .</i>	11
§ 1. Статистические характеристики ряда . . . . .	12
§ 2. Понятие о вероятности . . . . .	14
§ 3. Правило сигм . . . . .	16
§ 4. Определение погрешностей в вычислении статистических характеристик ряда . . . . .	18
§ 5. Корреляция . . . . .	19
§ 6. Применение метода корреляции к определению норм стока . . . . .	23
<i>Глава II. Общие сведения о реках . . . . .</i>	25
§ 1. Река и ее система . . . . .	25
§ 2. Речной бассейн . . . . .	27
§ 3. Речная долина и речное русло . . . . .	29
§ 4. План реки . . . . .	30
§ 5. Продольный профиль реки . . . . .	31
§ 6. Поперечный профиль реки . . . . .	33
§ 7. Поперечный уклон реки . . . . .	35
<i>Глава III. Режим рек. Озера и болота . . . . .</i>	36
§ 1. Колебания уровней воды в реках . . . . .	36
§ 2. Типы питания рек . . . . .	37
§ 3. Распределение стока по сезонам. Классификация рек СССР . . . . .	38
§ 4. Ледовый режим рек . . . . .	40
§ 5. Водный баланс речного бассейна . . . . .	44
§ 6. Классификация озер . . . . .	47
§ 7. Водный баланс озер . . . . .	49
§ 8. Ветровые волны, сейши . . . . .	50
§ 9. Замерзание озер . . . . .	52
§ 10. Болота, их образование и классификация . . . . .	53
§ 11. Гидрологические особенности болот . . . . .	55
<i>Глава IV. Годовой сток и его распределение . . . . .</i>	58
§ 1. Характеристика годового стока . . . . .	58
§ 2. Определение нормы стока . . . . .	60
§ 3. Изменчивость годового стока . . . . .	67
§ 4. Внутригодовое распределение стока . . . . .	83
§ 5. Расчет внутригодового распределения стока при наличии данных гидрометрических наблюдений . . . . .	86
§ 6. Построение кривой обеспеченности суточных расходов воды . . . . .	90

§ 7. Расчет внутригодового распределения стока при отсутствии или недостаточности данных гидрометрических наблюдений . . . . .	92	§ 4. Метод вероятностных расчетов С. Н. Крицкого и М. Ф. Менкеля . . . . .	239
<i>Глава V. Формирование поверхностного стока . . . . .</i>	93	§ 5. Метод вероятных вариантов А. Д. Саваренского . . . . .	246
§ 1. Основные предпосылки к выявлению механизма процессов стока . . . . .	93	<i>Глава VII. Специальные вопросы расчетов регулирования стока . . . . .</i>	253
§ 2. Основные закономерности в процессах поверхностного стока. Метод изохрон . . . . .	97	§ 1. Регулирование стока на переменные оросительные нормы . . . . .	253
<i>Глава VI. Максимальный и минимальный сток . . . . .</i>	100	§ 2. Компенсирующее регулирование стока . . . . .	255
§ 1. Факторы весеннего половодья . . . . .	100	<i>Глава VIII. Регулирующее влияние водохранилищ на максимальные расходы</i>	
§ 2. Факторы ливневого стока . . . . .	103	воды . . . . .	257
§ 3. Определение максимальных расходов воды при наличии данных наблюдений . . . . .	106	§ 1. Расчеты регулирования половодий . . . . .	261
§ 4. Расчет максимального стока половодья при отсутствии или недостаточности гидрометрических данных . . . . .	112	§ 2. Упрощенные методы расчетов трансформации паводков . . . . .	264
§ 5. Расчет максимальных расходов дождевых паводков при отсутствии данных наблюдений . . . . .	120	§ 3. Приближенный расчет регулирующего влияния вышерасположенных водохранилищ . . . . .	267
§ 6. Расчетные расходы для проектирования осушительных систем . . . . .	124	<i>Глава IX. Эксплуатация водохранилищ . . . . .</i>	269
§ 7. Минимальный сток условия его формирования . . . . .	126	§ 1. Задачи службы эксплуатации . . . . .	269
§ 8. Расчеты минимального стока . . . . .	130	§ 2. Диспетчерские графики . . . . .	273
<i>Глава VII. Климатические факторы стока . . . . .</i>	135	§ 3. Наблюдения за состоянием водохранилища . . . . .	276
§ 1. Влажность воздуха . . . . .	135	<i>Приложение . . . . .</i>	279
§ 2. Испарение . . . . .	139	<i>Литература . . . . .</i>	284
§ 3. Осадки . . . . .	156		
§ 4. Климатические факторы и гидроводный сток . . . . .	164		
<b>Часть II. Регулирование стока</b>			
<i>Глава I. Задачи и виды регулирования стока . . . . .</i>	168		
§ 1. Понятие о регулировании стока . . . . .	168		
§ 2. Виды регулирования стока . . . . .	171		
§ 3. Расчетная обеспеченность при регулировании стока . . . . .	175		
<i>Глава II. Водохранилища . . . . .</i>	177		
§ 1. Типы плотинных водохранилищ . . . . .	177		
§ 2. Основные емкости и нормативные уровни водохранилища . . . . .	179		
§ 3. Учет ветрового волнения при назначении отметок гребня сооружения . . . . .	183		
§ 4. Характеристики водохранилища . . . . .	188		
<i>Глава III. Потери воды из водохранилищ . . . . .</i>	193		
§ 1. Учет потерь воды на дополнительное испарение . . . . .	193		
§ 2. Определение суммарных потерь на фильтрацию . . . . .	197		
§ 3. Ледообразование и другие потери воды . . . . .	199		
§ 4. Мероприятия по уменьшению потерь воды . . . . .	201		
<i>Глава IV. Заиление водохранилищ . . . . .</i>	201		
§ 1. Методика расчета заиления водохранилищ . . . . .	205		
§ 2. Понятие о переформировании берегов водохранилища . . . . .	215		
§ 3. Мероприятия по уменьшению заиления . . . . .	216		
<i>Глава V. Общая методика расчетов регулирования стока . . . . .</i>	217		
§ 1. Балансовые таблично-цифровые расчеты . . . . .	220		
§ 2. Графические балансовые расчеты . . . . .	224		
§ 3. Учет коррелятивных связей между стоком смежных отрезков времени . . . . .	230		
<i>Глава VI. Сезонно-годичное и многолетнее регулирование стока . . . . .</i>	232		
§ 1. Методика расчета . . . . .	232		
§ 2. Сезонная емкость водохранилища многолетнего регулирования . . . . .	236		
§ 3. Многолетнее регулирование стока . . . . .	238		

*Иванов Александр Николаевич  
и Неговская Тамара Александровна*

**ГИДРОЛОГИЯ И РЕГУЛИРОВАНИЕ СТОКА.**  
М., «Колос», 1970.  
287 с. с илл. (Учебники и учеб. пособия для  
высш. с.-х. учеб. заведений).

УДК 551.48+551.482.215.7](075.8)

Редактор Г. А. Стольников  
Художественный редактор М. Д. Северина  
Технический редактор Н. А. Усанова  
Корректор М. И. Бынеев

Сдано в набор 24/IV 1970 г. Подписано к печати  
26/VIII 1970 г. Т. 13043. Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Бумага тип. № 3. Печ. л. 18. Уч.-изд. л. 18,34.  
Изд. № 141. Т. п. 1970 г. № 300. Тираж 11 000 экз.  
Заказ № 1027. Цена 82 коп.

Издательство «Колос», Москва, К-31, ул. Дзэр-  
жинского, д. 1/19.

Набрано в ордена Трудового Красного Знамени  
Первой Образцовой типографии имени А. А. Жда-  
нова Главполиграфпрома Комитета по печати  
при Совете Министров СССР  
Москва, М-54, Валовая, 28

Отпечатано с матриц в Смоленской типографии  
им. Смирнова, г. Смоленск, пр. Гагарина, 2.  
Заказ 5674.